



MATEMÁTICAS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Viernes 5 de noviembre de 2010 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste toda la sección A en los espacios provistos.
- Sección B: conteste toda la sección B en las hojas de respuestas provistas. Escriba su número de convocatoria en cada una de las hojas de respuestas, y adjúntelas a este cuestionario de examen y a su portada empleando los cordeles provistos.
- Cuando termine el examen, indique en la casilla correspondiente de la portada el número de hojas que ha utilizado.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.

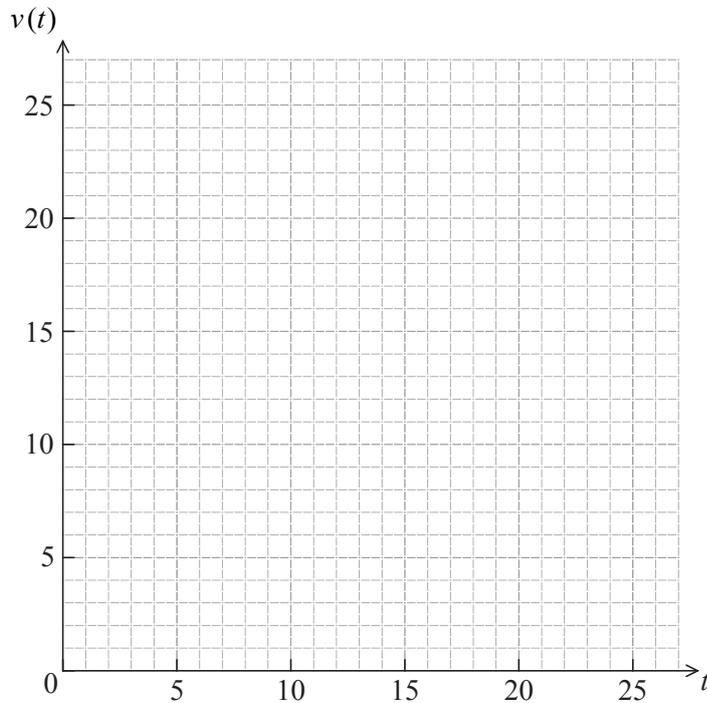


2. [Puntuación máxima: 7]

La velocidad, $v \text{ ms}^{-1}$, de un objeto en el instante t segundos viene dada por $v(t) = 15\sqrt{t} - 3t$, para $0 \leq t \leq 25$.

- (a) En la siguiente cuadrícula, dibuje aproximadamente la gráfica de v , e indique claramente el punto máximo.

[3 puntos]



Sea d la distancia recorrida en los primeros nueve segundos.

- (b) (i) Escriba una expresión para d .

- (ii) A partir de lo anterior, escriba el valor de d .

[4 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Puntuación máxima: 6]

El n -ésimo término de una progresión aritmética viene dado por $u_n = 5 + 2n$.

(a) Escriba la diferencia común. [1 punto]

(b) (i) Sabiendo que el n -ésimo término de esta progresión es 115, halle el valor de n .

(ii) Para este valor de n , halle la suma de los términos de la progresión. [5 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Puntuación máxima: 7]

Sea $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ y $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} k \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$, para $k > 0$. El ángulo que forman \mathbf{v} y \mathbf{w} es igual a $\frac{\pi}{3}$.

Halle el valor de k .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

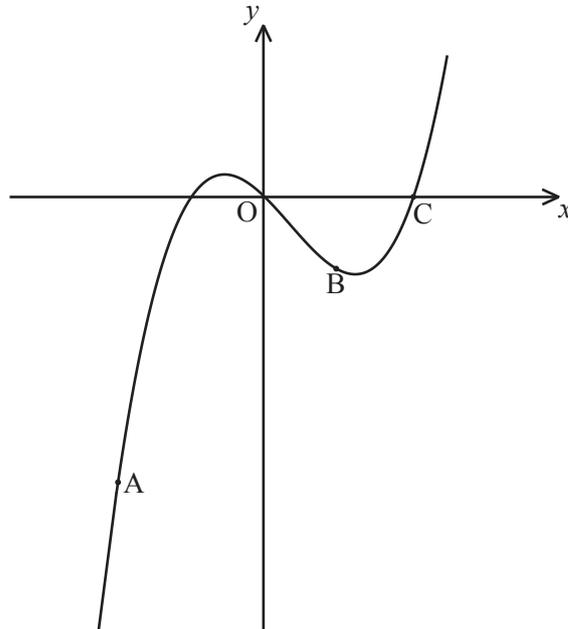
.....

.....



5. [Puntuación máxima: 7]

Considere la función $f(x) = px^3 + qx^2 + rx$. A continuación se muestra parte de la gráfica de f .



La gráfica pasa por el origen O y por los puntos A(-2, -8), B(1, -2) y C(2, 0).

(a) Halle tres ecuaciones lineales en p , q y r . [4 puntos]

(b) A partir de lo anterior halle el valor de p , de q y de r . [3 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Puntuación máxima: 5]

Sea $f'(x) = -24x^3 + 9x^2 + 3x + 1$.

(a) En la gráfica de f hay dos puntos de inflexión. Escriba las coordenadas x de estos puntos. [3 puntos]

(b) Sea $g(x) = f''(x)$. Explique por qué en la gráfica de g no hay ningún punto de inflexión. [2 puntos]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



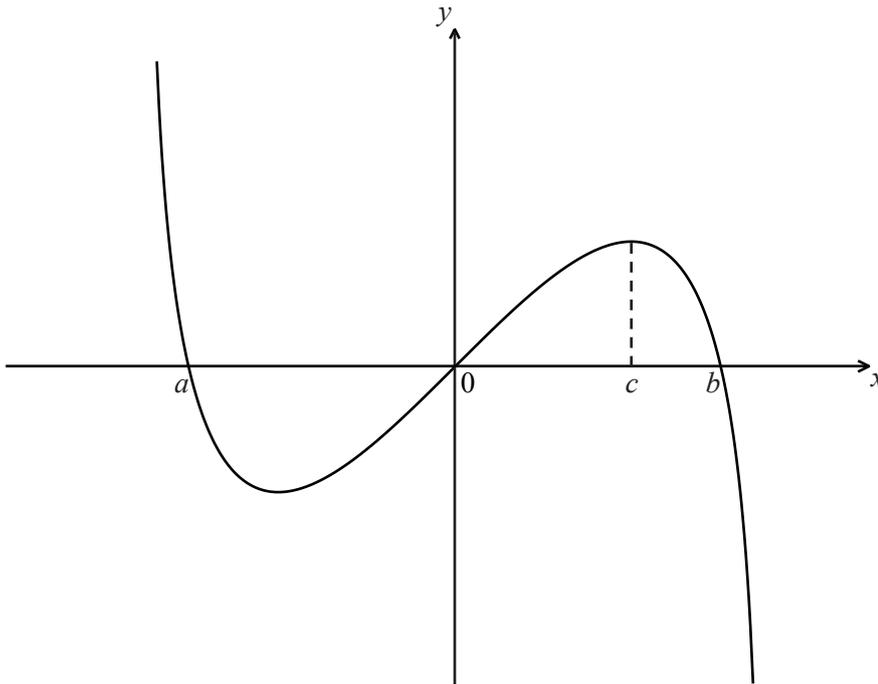
NO escriba soluciones en esta página. Cualquier trabajo escrito en esta página **NO** será corregido.

SECCIÓN B

Conteste **todas** las preguntas en las hojas de respuestas provistas. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 12]

Sea $f(x) = x \ln(4 - x^2)$, para $-2 < x < 2$. A continuación se muestra la gráfica de f .



La gráfica de f corta al eje x en $x = a$, $x = 0$ y $x = b$.

(a) Halle el valor de a y de b . [3 puntos]

La gráfica de f tiene un valor máximo en $x = c$.

(b) Halle el valor de c . [2 puntos]

(c) La región situada bajo la gráfica de f , entre $x = 0$ y $x = c$, es rotada 360° alrededor del eje x . Halle el volumen del sólido así generado. [3 puntos]

(d) Sea R la región delimitada por la curva, el eje x y la recta $x = c$, entre $x = a$ y $x = c$.

Halle el área de R . [4 puntos]



NO escriba soluciones en esta página. Cualquier trabajo escrito en esta página **NO** será corregido.

9. [Puntuación máxima: 17]

Un examen consta de cinco preguntas. Para aprobar el examen, hay que responder correctamente al menos tres de las preguntas.

La probabilidad de que Mark responda una pregunta correctamente es igual a $\frac{1}{5}$.
Sea X el número de preguntas que Mark responde correctamente.

(a) (i) Halle $E(X)$.

(ii) Halle la probabilidad de que Mark apruebe el examen.

[6 puntos]

Bill también hace el examen. Sea Y el número de preguntas que Bill responde correctamente. La siguiente tabla muestra la distribución de probabilidad correspondiente a Y .

y	0	1	2	3	4	5
$P(Y = y)$	0,67	0,05	$a + 2b$	$a - b$	$2a + b$	0,04

(b) (i) Compruebe que $4a + 2b = 0,24$.

(ii) Sabiendo que $E(Y) = 1$, halle a y b .

[8 puntos]

(c) Halle cuál de los alumnos es más probable que apruebe el examen.

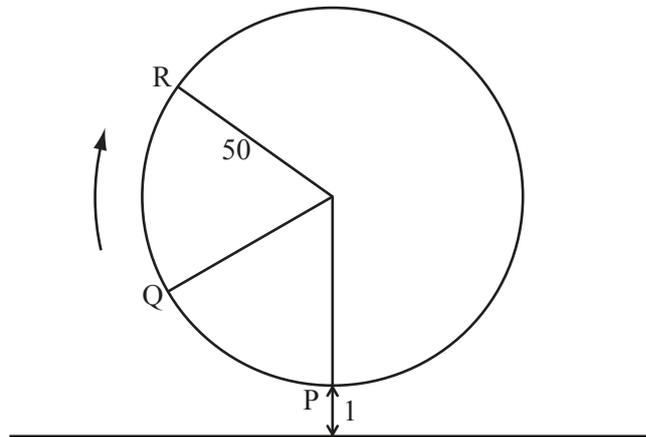
[3 puntos]



NO escriba soluciones en esta página. Cualquier trabajo escrito en esta página **NO** será corregido.

10. [Puntuación máxima: 16]

El siguiente diagrama representa una noria de gran tamaño situada en un parque de atracciones. Los puntos P, Q y R representan diversas posiciones de uno de los asientos de la noria.



La noria tiene un radio de 50 metros, y rota en el sentido de las agujas del reloj a razón de una revolución cada 30 minutos.

Un asiento dado empieza desde el punto más bajo, P, en el que se encuentra a una altura de un metro del suelo.

- (a) Halle a qué altura del suelo estará el asiento al cabo de 15 minutos. [2 puntos]
- (b) Al cabo de seis minutos, el asiento se encuentra en el punto Q. Halle a qué altura del suelo estará cuando pase por Q. [5 puntos]

La altura del asiento sobre el nivel del suelo al cabo de t minutos puede ser modelizada por la función $h(t) = 50 \sin(b(t - c)) + 51$.

- (c) Halle el valor de b y de c . [6 puntos]
- (d) A partir de lo anterior halle para qué valor de t se encontrará el asiento a 96 m del suelo, por primera vez. [3 puntos]

